

PERSAMAAN INTEGRAL FREDHOLM DAN KEEKSISTENSIAN SOLUSINYA

Yundari
NIM. 013114764

ABSTRAK

Persamaan integral merupakan persamaan yang memuat fungsi yang tidak diketahui di bawah tanda integral. Fungsi-fungsi yang digunakan pada persamaan integral adalah fungsi-fungsi yang berada di dalam ruang Hilbert $L_2[a, b]$. Persamaan integral dapat dibedakan menurut batas integralnya, kehomogenannya, serta kelinearannya. Persamaan integral dengan batas integral berupa konstanta disebut persamaan integral Fredholm. Untuk menyelesaikan persamaan integral Fredholm, sebelumnya harus ditunjukkan keeksistensian solusi dari persamaan integral Fredholm.

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mengkaji syarat cukup agar persamaan integral Fredholm mempunyai solusi tunggal dan cara menyelesaikan persamaan integral Fredholm. Metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan integral Fredholm adalah metode pemisahan variabel kernel.

Hasil dari penulisan ini menunjukkan bahwa persamaan integral Fredholm mempunyai tiga bentuk, yakni persamaan integral jenis pertama yaitu

$$\int_a^b K(x, s)\phi(s)ds = f(x); \quad \text{persamaan integral jenis kedua yaitu}$$

$$\phi(x) - \lambda \int_a^b K(x, s)\phi(s)ds = f(x); \quad \text{dan persamaan integral jenis ketiga yaitu}$$

$$A(x)\phi(x) - \lambda \int_a^b K(x, s)\phi(s)ds = f(x). \quad \text{Sebelum menyelesaikan persamaan integral}$$

Fredholm, terlebih dahulu harus diketahui syarat cukup agar suatu persamaan mempunyai penyelesaian tunggal, yaitu operator integralnya memenuhi sifat operator penyusut T . T disebut operator penyusut jika terdapat konstanta positif $\alpha < 1$ sehingga $\|Tf_1 - Tf_2\| \leq \alpha \|f_1 - f_2\|$ untuk setiap f_1, f_2 berada di $L_2[a, b]$. Setelah diketahui suatu persamaan integral Fredholm memenuhi sifat operator penyusut, yang berarti mempunyai penyelesaian tunggal, barulah dicari solusi eksak dengan metode pemisahan variabel kernel. Selanjutnya persamaan integral Fredholm yang memuat kernel terpisah tersebut diubah ke dalam bentuk matrik.